

ESTIMASI NILAI RETURN PORTOFOLIO SAHAM LQ-45 DAN JII DENGAN METODE COPULA GAUSSIAN

Fatimah Zuhra

UIN Sultan Syarif Kasim Riau

Email: fatimah.zuhra@uin-suska.ac.id

Abstract

The purpose of an investor in investing in a stock portfolio is to maximize return and minimize risk. The most commonly used risk measure is Value at Risk (VaR) which can be calculated using a copula. The best copula is the Gaussian copula that can calculate the risk value in the combined distribution between LQ-45 returns and JII returns, which have a volatility effect so that it is modeled with the AR (1)-GARCH (1,1) model. With a 95% confidence level, the Gaussian copula has the smallest VaR value with the largest return.

Keywords: Value at Risk, Copula, GARCH.

Abstrak

Tujuan seorang investor dalam berinvestasi pada suatu portofolio saham adalah dengan memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko. Ujuran risiko yang biasa digunakan adalah *Value at Risk* (VaR) yang dapat dihitung dengan menggunakan copula. Copula yang terbaik adalah copula Gaussian dapat menghitung nilai risiko pada distribusi gabungan antara return LQ-45 dan return JII, yang memiliki efek volatilitas sehingga dimodelkan dengan model AR (1)-GARCH (1,1). Dengan tingkat kepercayaan 95% copula Gaussian memiliki nilai VaR terkecil dengan return terbesar.

Kata kunci: Value at Risk, Copula, GARCH.

1. Pendahuluan

Perkembangan copula beberapa dekade terakhir telah kita saksikan dengan munculnya serangkaian aplikasi metode copula yang terus berkembang khususnya dalam penelitian ekonomi empiris, didorong oleh bukti luas terhadap asumsi copula Normal (model patokan) untuk banyak variabel ekonomi, terutama pengembalian aset keuangan. Salah satu bidang penerapan copula di bidang ekonomi dan keuangan adalah manajemen risiko. Fokus manajemen risiko pada Value-at-Risk (VaR), dan langkah-langkah lain yang dirancang untuk memperkirakan kemungkinan kerugian besar, menyebabkan permintaan untuk model fleksibel ketergantungan antara sumber risiko. (Patton 2012).

Selain itu kopula juga digunakan untuk mempertimbangkan masalah manajemen risiko "terintegrasi", dimana risiko pasar, kredit dan operasional harus dipertimbangkan bersama. Risiko merupakan hal yang sangat penting dalam investasi dan sering menjadi pusat perhatian bagi para investor. Risiko dapat diartikan sebagai suatu peluang terjadinya kerugian atau kehancuran. Alat ukur yang biasa digunakan untuk mengestimasi risiko adalah *Value at Risk* (VaR). VaR telah menjadi standar model pengukuran risiko yang digunakan untuk memprediksi besarnya kerugian maksimum dari suatu portofolio yang dimiliki. Ada beberapa pendekatan yang digunakan untuk menghitung VaR antara lain data historis (*historical simulation data*), varians-covarians (metode analistik), dan simulasi Monte Carlo.

Menghitung VaR menggunakan pendekatan varians-covarians (metode analistik) diasumsikan berdistribusi normal, padahal pada kenyataannya data keuangan banyak ditemukan tidak berdistribusi normal. Hal ini dapat mengakibatkan tidak validnya estimasi VaR yang mengakibatkan risiko portofolio yang terjadi lebih besar dari risiko yang telah ditetapkan. Oleh sebab itu perhitungan VaR seharusnya tidak selalu diasumsikan berdistribusi normal melainkan disesuaikan dengan distribusi return. Salah satu metode yang dapat mengatasi hal tersebut adalah metode *Copula*.

Copula adalah suatu fungsi distribusi bersama dari beberapa fungsi distribusi marjinal. Copula digunakan untuk menganalisis ketergantungan variabel-variabel acak dalam struktur yang digambarkan oleh fungsi gabungan tersebut (Nelsen, 1998). Selain itu copula juga merupakan alat yang sangat *powerful* untuk memodelkan distribusi gabungan seperti pada penelitian ini yang akan menganalisis *return* portofolio pada data indeks saham LQ-45 dan indeks saham JII.

Model multivariat berbasis copula memungkinkan peneliti untuk menentukan model untuk distribusi marjinal secara terpisah dari struktur ketergantungan (copula) yang menghubungkan distribusi ini untuk membentuk distribusi bersama. Membebaskan peneliti dari hanya mempertimbangkan distribusi multivariat yang ada, dan memungkinkan untuk tingkat fleksibilitas yang jauh lebih besar dalam menentukan model. Dalam beberapa aplikasi estimasi juga dapat dilakukan secara bertahap, dengan distribusi marjinal diperkirakan secara terpisah dari struktur ketergantungan, memfasilitasi studi multivariat dimensi tinggi masalah. (Patton 2013)

2. Tinjauan Pustaka

Value at Risk

Value at Risk (VaR) adalah salah satu alat yang paling sering digunakan dalam mengukur resiko. VaR dari variabel kerugian adalah nilai minimum dari distribusi sedemikian rupa sehingga probabilitas kerugian yang lebih besar dari nilai ini tidak lebih dari α probabilitas yang diberikan. Dalam istilah statistik, VaR adalah kuantil yang dapat didefinisikan secara formal sebagai berikut: (Tse 2009).

Defenisi: (Value at Risk)

Misalkan X adalah sebuah Random variabel dengan continue $df = F_X(\cdot)$ Dan δ merupakan suatu level probabilitas dari $0 < \delta < 1$, VaR pada tingkat probabilitas δ , dinotasikan dengan $VaR_\delta(X)$, adalah kuantil dari X , yaitu:

$$VaR_\delta(X) = F^{-1}(\delta) = x_\delta$$

Tingkat probabilitas δ biasanya mendekati 1 (atau 0.95 sampai 0.99), sehingga peluang rugi dari X melebihi $VaR_\delta(X)$ adalah tidak lebih dari $1 - \delta$, dan sangat kecil. Jika $F_X(\cdot)$ Adalah sebuah fungsi Langkah (seperti ketika X tidak kontinue) mungkin ada beberapa ambiguitas dalam defenisi dari $F^{-1}(\delta)$. Sehingga, ada fungsi yang lebih umum dari $VaR_\delta(X)$ adalah:

$$VaR_\delta(X) = \inf\{x \in [0, \infty): F_X(x) \geq \delta\}$$

3. Metode Penelitian

Teorema Skalar Copula

Copula adalah suatu fungsi distribusi bersama dari beberapa fungsi distribusi marjinal. Copula digunakan untuk menganalisis ketergantungan variabel-variabel acak dalam struktur yang digambarkan oleh fungsi gabungan tersebut (Nelsen, 1998).

Teori copula pertama kali di jelaskan oleh Sklar pada tahun 1959, Sklar mengatakan dalam teorinya bahwa distribusi gabungan n – dimensi dapat didekomposisi menjadi n univariatnya distribusi marginal dan copula n – dimensi atau jika C adalah suatu copula F_x dan G_y merupakan fungsi distribusi marginal dari X dan Y , maka $H_{X,Y}$ adalah fungsi distribusi bivariat dengan fungsi distribusi marginal F_x dan G_y .

Misalkan X dan Y adalah dua peubah acak dengan fungsi distribusi kontinu F_x dan G_y . Sedangkan $H_{X,Y}$ adalah fungsi distribusi bivariat untuk X dan Y . Maka terdapat fungsi penghubung atau copula untuk semua x, y pada \bar{R} .

$$H(x, y) = C(F_x(x), G_y(y))$$

Sebaliknya, jika C adalah suatu copula, F_x dan G_y merupakan fungsi distribusi marginal dari X dan Y , maka $H_{X,Y}$ adalah fungsi distribusi bivariat dengan fungsi distribusi marginal F_x dan G_y .

Elliptical Copula

Elliptical copula terdiri dari distribusi elliptical multivariate. Copula yang paling sering digunakan adalah kelompok copula Gaussian (atau normal) dan copula Student's.

Copula Gaussian

Copula Gaussian C_ρ^{Ga} dari sebuah d – dimensi standar normal distribusi, dengan matrix korelasi linear ρ , adalah fungsi distribusi dari random vector $(\Phi(X_1), \dots, \Phi(X_d))$ dimana Φ adalah standar univariate fungsi distribusi normal dan $X \sim N_d(0, \rho)$ sehingga,

$$C_\rho^{Ga} = P(\Phi(X_1) \leq u_1, \dots, \Phi(X_d) \leq u_d) = \Phi_\rho^d(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_d))$$

Dimana Φ_ρ^d adalah fungsi distribusi dari X .

Copula Student-t

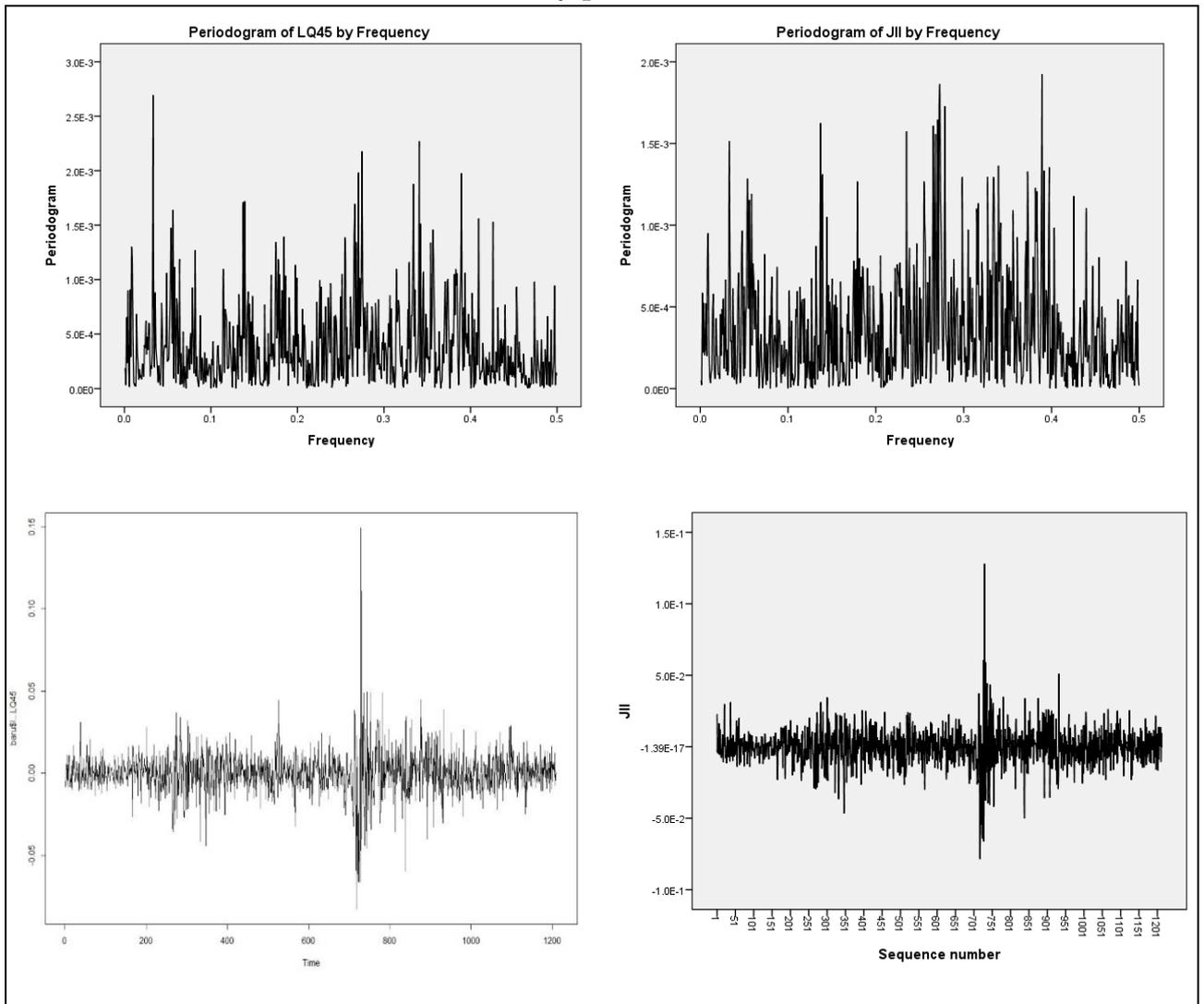
Copula Student-t $C_{v,\rho}^t$ adalah sebuah d – dimensi standart distribusi student-t dengan $v \geq 0$ derajat kebebasan dan korelasi linear matrix ρ , adalah sebuah distribusi random vector $(t_v(X_1), \dots, t_v(X_d))$, dimana X memiliki sebuah distirbusi $t^d(0, \rho, v)$ dan t_v adalah standar univariate fungsi distribusi student-t. Sehingga,

4. Hasil Dan Pembahasan

Deskripsi Data

Pada penelitian ini menggunakan data indeks saham LQ-45 dan JII pada tahun 2018-2021. Data terdiri dari 1208 harga penutupan harian saham yang dimulai pada 21 maret 2017 sampai dengan 29 maret 2021, yang dinotasikan dengan log-return LQ-45 sebagai variabel 1 dan log-return JII sebagai variabel 2. Log- return setiap harinya didefenisikan dengan:

$$Y_t = \log(1 + R_t) = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log P_t - \log P_{t-1}.$$



Gambar 1. Plot *Log-Return* dari Indeks Saham LQ-45 dan JII.

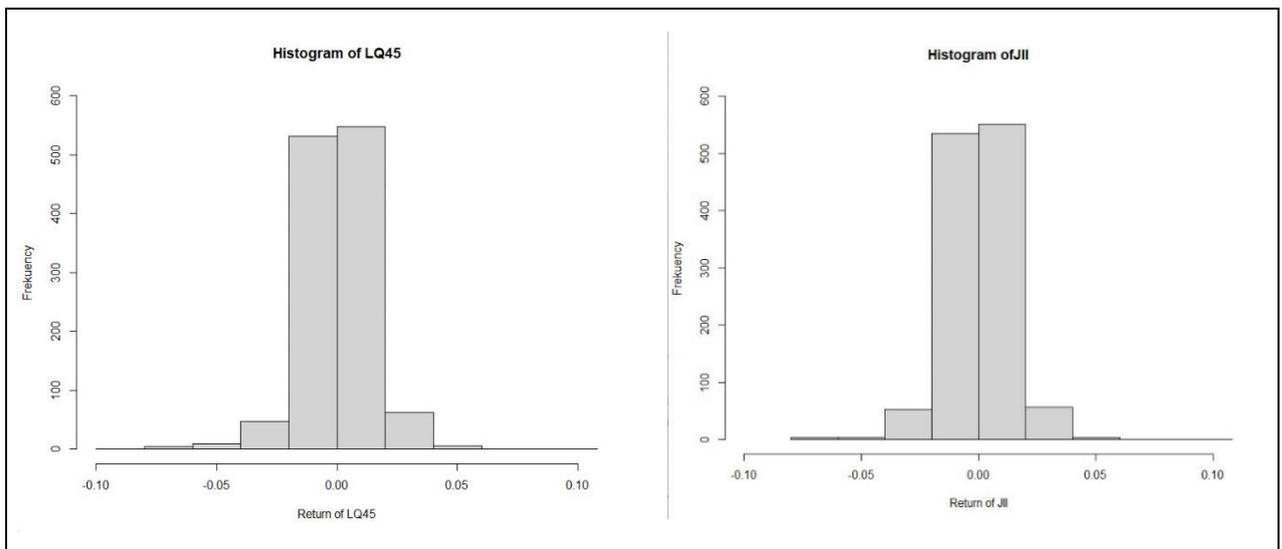
Tabel 1 di bawah ini menunjukkan deskripsi dari kedua variabel yang akan diteliti dengan nilai mean, median, varians, maksimum, minimum yang selanjutnya akan membentuk persamaan time series.

Tabel 1. Statistika Deskriptif pada data LQ-45 dan JII

Statistik	LQ-45	JII
N	1208	1208
Mean	0.000141748	-0.0005238
Median	0.0002639	0.002404
Maksimum	0.149216	0.1281
Minimum	-0.0826128	-0.07841
Standar Deviasi	0.01397751	0.01350138
Skewness	0.589	0.3271314
Kurtosis	14.343	12.94461

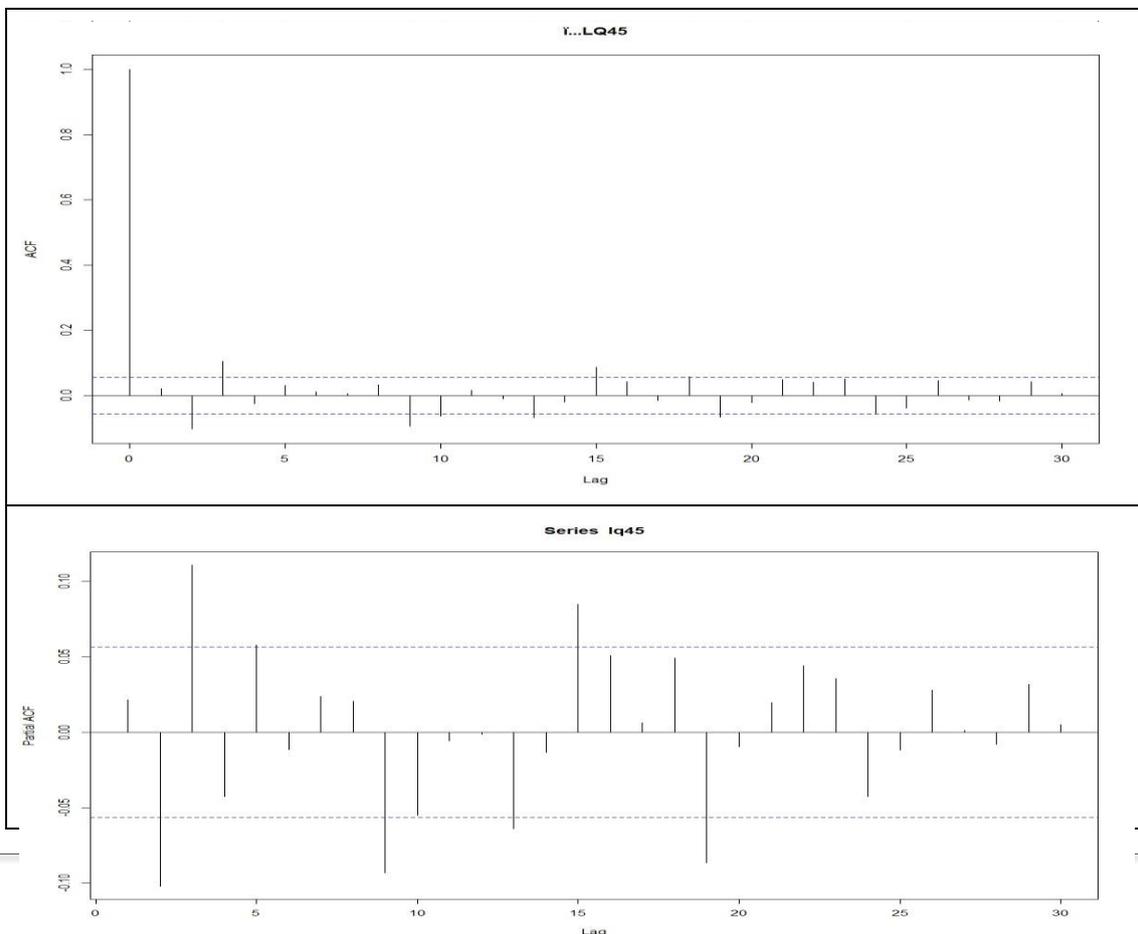
Sumber : Data Olahan Primer (2022).

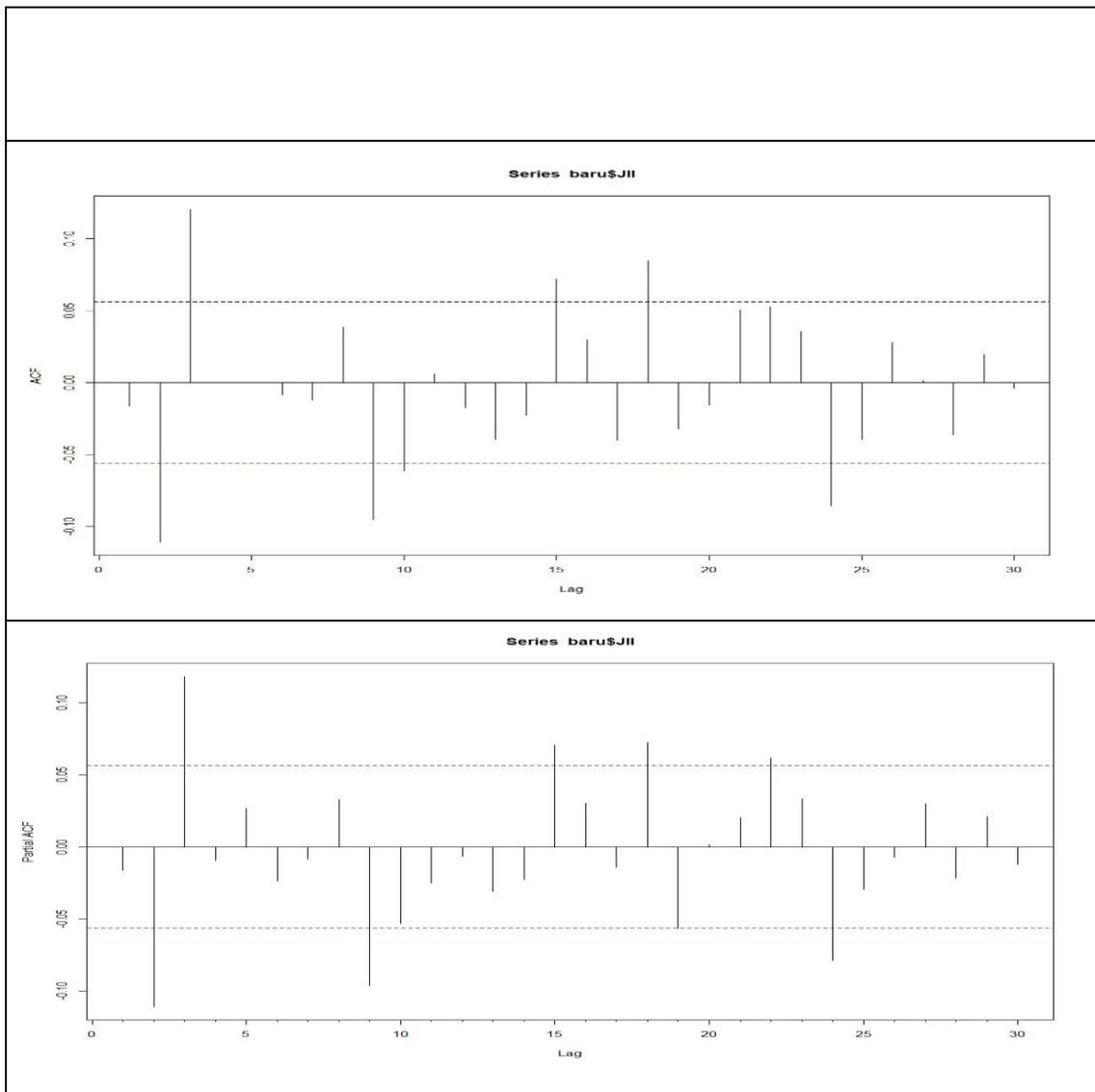
Tabel 1 menunjukkan bahwa skewness dan kurtosis untuk masing- masing indeks aset cenderung tidak berdistribusi normal. Data return akan berdistribusi normal jika memiliki nilai skewness sama dengan nol dan kurtosis sama dengan tiga. Nilai skewness yang negatif menunjukkan perilaku sebaran data terdapat fat left tail pada distribusi marginal indeks saham, dan hal tersebut didukung oleh data return masing- masing aset yang memiliki nilai mean yang lebih kecil dari median. Karena data return dikatakan memiliki distribusi normal ketika memiliki nilai mean yang sama dengan median. Gambar 2 juga histogram pada masing-masing nilai return menunjukkan kurva yang cenderung berdistribusi tidak normal dengan bentuk kurva yang lebih lancip.



Gambar 2. Histogram *Log-Return* dari Indeks Saham LQ-45 dan JII

Identifikasi Model Return Portofolio





Gambar 3. Plot ACF dan PACF Return Indeks Saham

Identifikasi model return portfolio pada penelitian ini adalah dengan cara melihat Auto Correlation Function (ACF) dan Partial Auto Correlation Function (PACF) dari masing-masing return portfolio. Pada Gambar 3 terlihat plot ACF berbentuk menurun (*dies down*) mengikuti bentuk ekponensial, sedangkan plot PACF berbentuk terputus (*cut off*) setelah lag pertama. Maka dapat disimpulkan bahwa data membentuk model AR (1).

Model ARMA dengan rumusan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_t &= \phi X_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= Z_t \sigma_t^2 \\ \sigma_t^2 &= a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 \end{aligned}$$

Dengan perhitungan akan diperoleh dari masing-masing parameter:

$$\begin{aligned} \sigma_t^{2LQ-45} &= -0.6753644 + 0.7706427 \varepsilon_{t-1}^2 \\ \sigma_t^{2JII} &= -0.6208 + 0.6923 \varepsilon_{t-1}^2 \end{aligned}$$

Sedangkan hasil dari uji analisis diagnostic residual ternyata nilai residual masing-masing return indeks saham LQ45 dan JII memiliki varian yang tidak konstan, sehingga data akan dikategorikan ke dalam model heteroskedastisitas dan dimodelkan menjadi model GARCH (p, q) atau *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* dengan model terbaik adalah model GARCH (1,1) dan varians sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Sehingga didapat nilai dari masing-masing parameter adalah sebagai berikut:

$$\sigma_t^{2(LQ-45)} = 5.323e - 06 + 0.1127 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.8552 \sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_t^{2(JII)} = 6.687e - 06 + 0.09761 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.8549 \sigma_{t-1}^2$$

Struktur Dependensi Model Copula

Tahap selanjutnya adalah menentukan model copula terbaik.

Tabel 2. Parameter Estimasi untuk Model Copula

Copula	Parameter	AIC	GoF
Gaussian	$\rho = 0.71839189$	0.0002408338	0.97240605

Metode yang digunakan untuk memilih copula terbaik adalah AIC atau kuadrat selisih antara nilai copula asli dengan copula empiric. Metode AIC sangat membantu dalam penentuan model yang paling mirip dengan realita yang dapat digunakan dalam suatu fungsi yang tidak diketahui namun dari fungsi tersebut dapat diestimasi parameternya sehingga dapat dilakukan pencarian log-likelihoodnya. Nilai AIC yang dihasilkan dari data yang sama dengan melihat semakin kecil nilai AIC tersebut maka semakin baik model tersebut. Pada penelitian ini ditemukan nilai AIC paling terkecil ada pada model copula normal atau yang lebih dikenal dengan copula gaussian.

Menghitung Nilai Value at Risk

Setelah menentukan nilai marginal dan struktur dependensi model, maka tahap selanjutnya adalah mengestimasi nilai Value at Risk (VaR) dengan model AR (1)-GARCH (1,1) copula model. Adapun tahapan dalam menghitung VaR adalah sebagai berikut:

1. Menggunakan simulasi monto carlo untuk membangkitkan N 750 data untuk pengulangan copula gaussian model.
2. Hingga diperoleh nilai $X_{1,t} = F^{-1}(u)$ dan $X_{2,t} = G^{-1}(v)$
3. Menghitung nilai *return* portofolio $X_{p,t} = w_1 X_{1,t} + w_2 X_{2,t}$ dengan $w_i = \frac{1}{2}$
4. Menghitung fungsi loss return portofolio pada waktu-t

$$L_{t,j} = X_{pt+1,j} - X_{pt} = w_1 X_{1,t} (e^{R_{1,j}} - 1) + w_2 X_{2,t} (e^{R_{2,j}} - 1); j = 1: 750$$

Maka dengan tingkat kepercayaan 95 % dan α 5% estimasi VaR model copula gaussian didapat nilai return portofolio 0.02584.

5. Simpulan

Simpulan penelitian ini adalah copula dapat digunakan untuk mengestimasi nilai return portofolio saham pada return saham LQ-45 dan return saham JII yang memiliki efek time series, efek heteroskedastisitas dan data dengan kecenderungan tidak normal. Copula merupakan alat bantu yang

dapat mengukur ukuran dependensi dengan model tidak normal. Karena data pada penelitian ini menunjukkan kecenderungan residual yang tidak normal sehingga digunakan copula dengan model terbaik adalah copula gaussian. Kemudian copula digunakan untuk membangkitkan data dengan simulasi monte carlo untuk mengestimasi nilai VaR, maka dengan tingkat kepercayaan 95% didapat nilai risiko terendah 0.02584 dan nilai return tertinggi. Nilai VaR didapat dari model copula terbaik yaitu copula gaussian dengan model terbaik AR (1)-GARCH (1,1).

Daftar Pustaka

- Best, Philip. 1998. *Implementing Value at Risk*. John Wiley & Sons Ltd. England.
- Darmawi, Herman. 2010. *Manajemen Risiko*. Bumi Aksara. Jakarta.
- Joe, Harry. 2015. *Dependence Modeling with Copulas*. Francis Grup.
- Hofert Marius at all. 2010. *Elements of Copula Modeling with R*, Springer
- Nelsen, R.B. 1998. *An Introduction to Copulas Secon Edition*. USA.Springer.
- Patton, Andrew. 2013. *Copula Methods for Forecasting Multivariate Time Series*. Vol. 2. Elsevier B.V.
- Patton, Andrew J. 2012. "A Review of Copula Models for Economic Time Series." *Journal of Multivariate Analysis* 110:4–18. doi: 10.1016/j.jmva.2012.02.021.
- Tsay, R. S. 2005. *Analysis of Financial Time Series Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey.
- Tse, Y.K. 2009. *Nonlife Actuarial Models*, Cambrige: Cambrige University Press.
- Wong, M.C.S, Cheng, W.Y & Wong, C.Y.P. 2003. Market Risk Management of Bank: Implication from the Accuracy of Value-at-Risk Forecasts. *Journal of Forecasting* 22, 23-33